

登録コード	HS631100	開講年度	2026			
授業題目	量子トポロジー特論				担当教員	伊藤 昇
英文授業名	Quantum Topology				副担当	
単位数	2	講義期間	通年(集中)	曜日・時限	集中・不定期	対象学生
				授業形態	講義	備考
信大コンピテンシー	非該当					
(1)授業の達成目標/Course objectives	ディプロマポリシー・授業で得られる「学位授与の方針」要素				(授業の達成目標)	
	2026HSⅠ, 2025HSⅡ, 2024HSⅢ, 2023HSⅣ					
	【専攻】理工学系の専門分野における深い知識・卓越した技能				統計物理学や現代的なトポロジーの手法に基づき、3次元の幾何学を数学的に解析する方法の習得を目指す。さらに、それらを通して、現象から理論的な数学を展開できる能力を養う。	
(2)詳細 /Detailed information	トポロジーは20世紀初頭にはホモトピー/ホモロジーが理論をなしていたとされ、その後、急速な発展をなしてきた学問である。20世紀半ばには5次元以上の多様体の分類がなされたのだが、3次元と4次元の多様体の分類については統一的な手法が通用せず、現在も難しい問題が数多く残っている。これらの3次元と4次元における大きな問題解決を目標とする分野を低次元トポロジーと呼ぶ。20世紀後半、特に1980年代以降、数理論理学の手法と低次元トポロジーの交流から、新しい一般理論が創出された。特に、3次元トポロジーでは量子不変量の一般論が登場した。これは、量子群とその表現論、ホップ代数、圏論、作用素環論の指数理論、共形場理論に由来する微分方程式、双曲幾何における解析的な手法を背景に発展し、「量子トポロジー」と呼ばれる。この授業では、微分を背景とする結び目、という流体の対象から入り、曲線・曲面論を解析的、代数的、幾何的に学んでいく。その上で、見ただけではわからない、あるいは見えない図形を判別する関数「不変量」を構築するという、諸科学に応用可能な、分野特有の手法を無理なく習得する。同時に、それらの不変量理論に必要な表現論、不変量理論を応用する、3次元多様体論を学ぶ。そしてこれらを通じて、現在の数学の可能性について自ら考えられるような問題意識を育てる力を身につける。					
(3)授業の概要 /Overview of course	この授業では、工学や物理学の諸分野で量子的な現象や量子計算/生物・科学モデルを解析するする道具の一つである、量子トポロジーの手法について学ぶ。授業では、低次元トポロジーの数学的な解析を行うために必要な知識として、曲線論・結び目理論の基礎について学びつつ、それらを用いて、図形を判別する不変量を構成する基本的な方法や、それらの理論自体が、なぜ有効なのかを古典論に基づいて理解する。授業の中では、幾つかの具体的な不変量を題材に取り上げるが、前半では曲線論を例に基礎的な、しかし最先端の手法について習熟し、後半では量子トポロジーで特に中心となる手法を学ぶ。					
(4)授業計画 /Course plan	以下の項目について、順を追って授業を進めていく。 Part1：曲線からの例 1. 曲率の積分 2. V. I. Arnoldの曲線理論と接触構造 3. Viroの積分理論とArnold不変量の量子化 4. 写像度の考え方とLanzat-Polyakによる曲率積分 5. 曲線の多項式不変量 Part2：結び目からの例 6. Vassiliev不変量の基礎 7. ジョーンズ多項式とTaitの第1予想の解決 8. 量子群の表現によるジョーンズ多項式の導出 9. Gauss diagram formulaの自動導出法 10. 最新の研究に関する話題					
(5)成績評価の方法 /Grading/evaluation method	授業中または授業終了後に提示する数個の問題をレポート課題として、その完成度により評価する。					
(6)成績評価の基準 /Grading/evaluation criteria	授業の内容に関する問題からなるレポートを課題を実施し、その内容の評価が90点から100点なら「秀」、80点から89点なら「優」、70点から79点なら「良」、60点から69点なら「可」と定める。					
(7)事前事後学習 の内容/Prep and review work	授業内容を毎回の授業の前後に予習・復習することが強く求められる。					
(8)履修上の注意 /Notes	工学部で学ぶ学部レベルの基本的な内容を理解していることが望ましい。また、代数の初歩に関する知識があれば理解の助けになる。					
(9)質問、相談への 対応/Questions and requests for advice	メールで問い合わせを行う際には、大学から付与されたメールアドレスを用いて行うこと。 (nito_at_shinshu-u.ac.jp)					
(10)授業の形式 /Course format	講義と輪講を組み合わせる。					

【教科書 /Textbook(s)】	N. Ito, Knot Projections, CRC Press, 2016.
【参考書 /Reference work(s)】	伊藤昇：結び目理論の圏論 日本評論社, 2018.